

2016.3.19

日本物理学会 2016年春季大会

# LiteBIRDに向けた 前景放射除去シミュレーション(2)



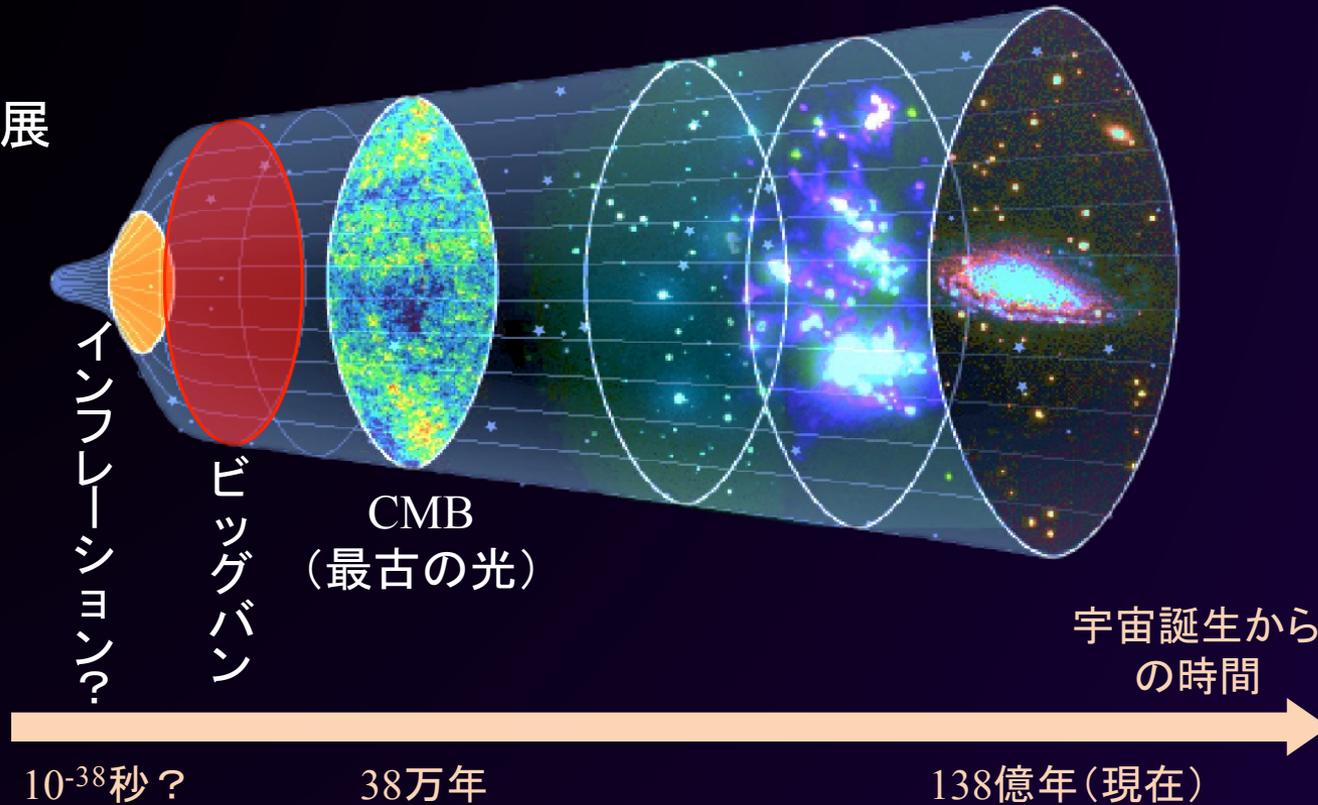
山下 徹(横浜国大)

金井 啓晃(横浜国大)、市來 淨與(名古屋大)、片山 伸彦(Kavli IPMU)、  
小松 英一郎(MPA)、他 LiteBIRD working group

# インフレーション仮説とCMBの偏光

1/10

宇宙の発展



熱いビッグバン以前に  
空間の指数関数的な急膨張

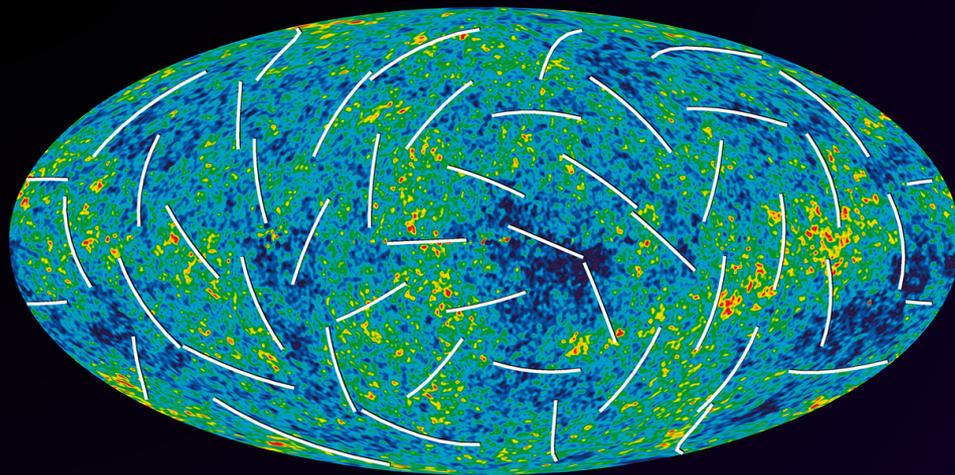
↓  
原始重力波を生成(未検出)

↓  
CMBに偏光パターン  
を刻み付ける(非常に微弱)

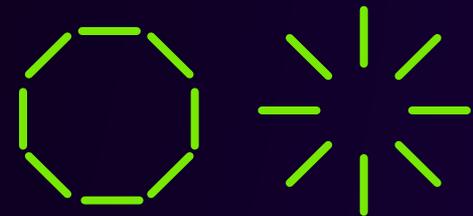
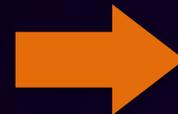
CMBの偏光を精密に観測し、原始重力波に由来するBモード偏光を検出することでインフレーション仮説の検証ができると期待されている！

# なぜBモード偏光か？

2/10



全天にわたったCMBの偏光を  
2種類のパターンに分解



Eモード



Bモード

密度ゆらぎ → Eモード (支配的, 発見済み)

原始重力波 → Eモード + Bモード (微弱, 未検出)



Bモード偏光であれば原始重力波に由来するものを区別可能！

# 前景放射

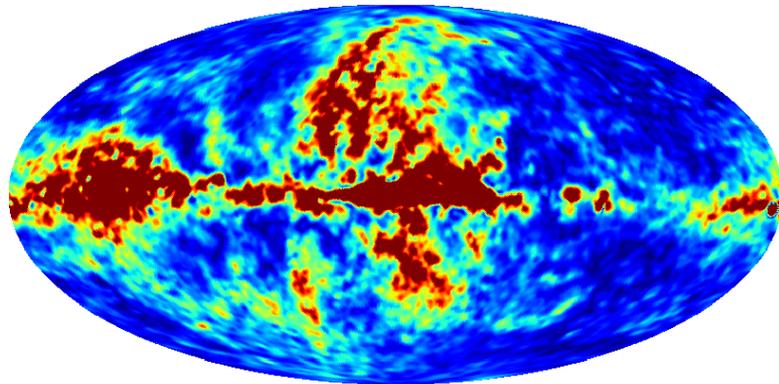
- ・シンクロトロン放射

相対論的な電子が銀河磁場の中で螺旋運動することによる放射

- ・ダスト放射

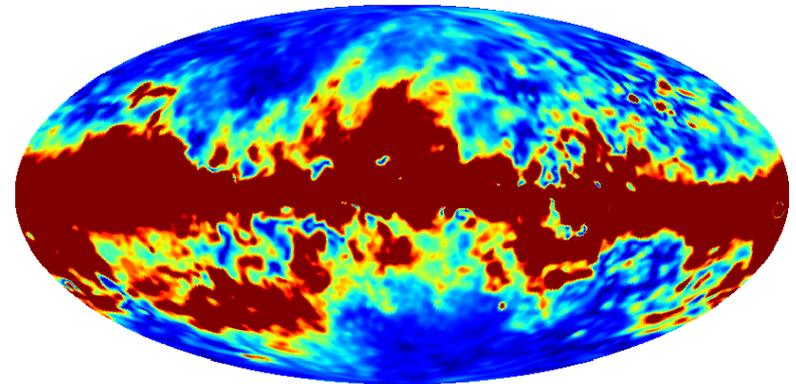
主に銀河系内の星間塵(ダスト)による熱放射  
ダストは磁力線に対して垂直に整列しやすいため、その向きの偏光成分を含む

シンクロトロン放射



0.0  1.0 μK

ダスト放射



0.0  1.0 μK

100GHzにおける前景放射の偏光強度分布

# 前景放射の周波数依存性

## 前景放射モデル (Planck Sky Model)

シンクロトン放射

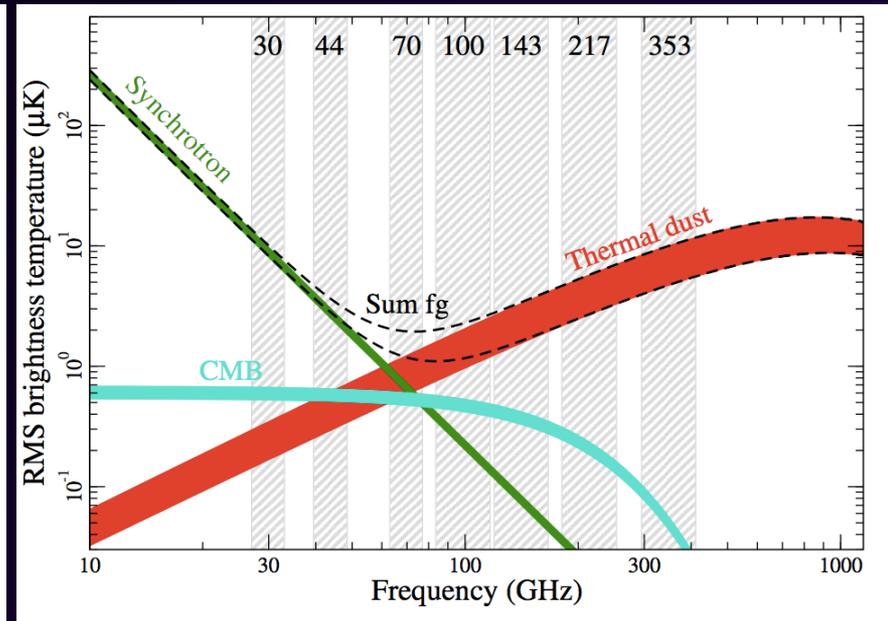
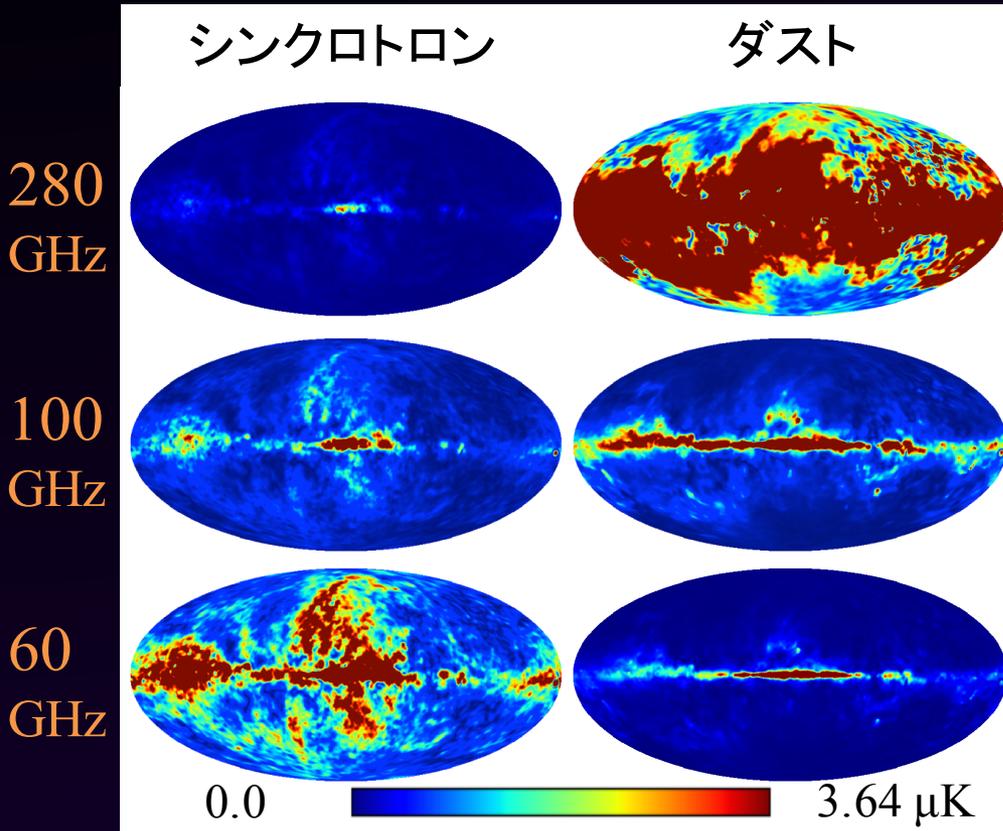
ダスト放射

$$S(\nu, \hat{n}) = \left(\frac{\nu}{\nu_*}\right)^{\beta_S(\hat{n})} S(\nu_*, \hat{n})$$

$$D(\nu, \hat{n}) = \left(\frac{\nu}{\nu_*}\right)^{\beta_D(\hat{n})} D(\nu_*, \hat{n})$$

$\beta(\hat{n})$ : スペクトル指数

前景放射の周波数依存性を表現するパラメータ (方向ごとに異なる値)

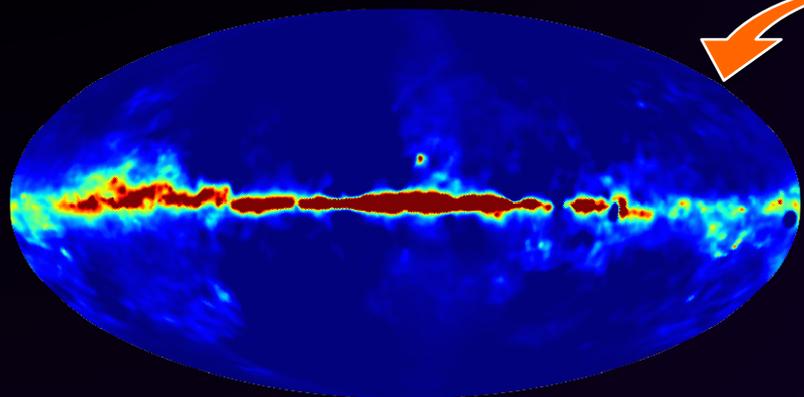


↑ 前景放射とCMBの偏光強度が持つ周波数依存性の違い

# 前景放射のテンプレート除去

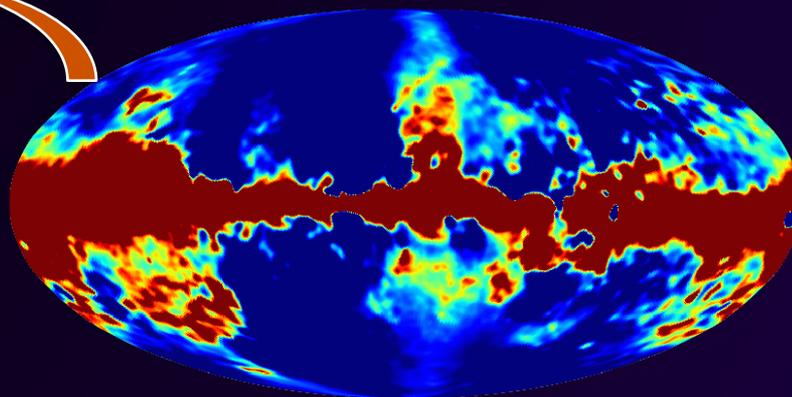
5/10

CMB偏光観測のターゲット  
となる周波数の観測マップ



差し引く

前景放射が支配的となる  
周波数の観測マップ



$$x' = \frac{\text{Map}(\nu) - \alpha \text{Map}(\nu_1)}{1 - \alpha}$$

$x'$  : 前景放射除去後のマップ  
 $\alpha$  : 適切な係数(全てのピクセルで共通)

これまでの問題点

スペクトル指数の空間的ばらつきが大きいと除去精度が下がる

# テンプレート除去法の改良

6/10

ひとつの前景放射に対して、2つの観測マップから得られる“デルタマップ”をテンプレートとして用いることにより、スペクトル指数の空間的ばらつきを考慮

今回からはダストに加えてシンクロトロンも考慮

$$FG(\nu, \hat{n}) = \left(\frac{\nu}{\nu_*}\right)^{\beta_D(\hat{n})} D(\nu_*, \hat{n}) + \left(\frac{\nu}{\nu_*}\right)^{\beta_S(\hat{n})} S(\nu_*, \hat{n})$$



$\beta = \bar{\beta} + \delta\beta(\hat{n})$  としてテイラー展開し、 $\delta\beta$  の一次までで近似

$$FG(\nu, \hat{n}) \approx \left(\frac{\nu}{\nu_*}\right)^{\bar{\beta}_D} \left[1 + \ln\left(\frac{\nu}{\nu_*}\right) \delta\beta_D(\hat{n})\right] D(\nu_*, \hat{n}) + \left(\frac{\nu}{\nu_*}\right)^{\bar{\beta}_S} \left[1 + \ln\left(\frac{\nu}{\nu_*}\right) \delta\beta_S(\hat{n})\right] S(\nu_*, \hat{n})$$



前景放射除去後のマップ

$$x'(\nu, \hat{n}, \bar{\beta}_D, \bar{\beta}_S) = \frac{\text{Map}(\nu, \hat{n}) - \sum_{i=1}^4 \alpha_i(\bar{\beta}_D, \bar{\beta}_S) \text{Map}(\nu_i, \hat{n})}{1 - \sum_{i=1}^4 \alpha_i(\bar{\beta}_D, \bar{\beta}_S)}$$

# テンプレート除去法の改良

ひとつの前景放射に対して、2つの観測マップから得られる“デルタマップ”をテンプレートとして用いることにより、スペクトル指数の空間的ばらつきを考慮

今回からはダストに加えてシンクロトロンも考慮

$$FG(\nu, \hat{n}) = \left(\frac{\nu}{\nu_*}\right)^{\beta_D(\hat{n})} D(\nu_*, \hat{n}) + \left(\frac{\nu}{\nu_*}\right)^{\beta_S(\hat{n})} S(\nu_*, \hat{n})$$



$\beta = \bar{\beta} + \delta\beta(\hat{n})$  としてテイラー展開し、 $\delta\beta$  の一次までで近似

$$FG(\nu, \hat{n}) \approx \left(\frac{\nu}{\nu_*}\right)^{\bar{\beta}_D} \left[1 + \ln\left(\frac{\nu}{\nu_*}\right) \delta\beta_D(\hat{n})\right] D(\nu_*, \hat{n}) + \left(\frac{\nu}{\nu_*}\right)^{\bar{\beta}_S} \left[1 + \ln\left(\frac{\nu}{\nu_*}\right) \delta\beta_S(\hat{n})\right] S(\nu_*, \hat{n})$$



前景放射除去後のマップ

デルタマップ

$$x'(\nu, \hat{n}, \bar{\beta}_D, \bar{\beta}_S) = \frac{\text{Map}(\nu, \hat{n}) - \sum_{i=1}^4 \alpha_i(\bar{\beta}_D, \bar{\beta}_S) \text{Map}(\nu_i, \hat{n})}{1 - \sum_{i=1}^4 \alpha_i(\bar{\beta}_D, \bar{\beta}_S)}$$

“デルタマップ”に含まれる前景放射成分は、周波数  $\nu$  のマップに含まれる前景放射成分と  $\delta\beta$  の一次までで等しい

# テンプレート除去法の改良

ひとつの前景放射に対して、2つの観測マップから得られる“デルタマップ”をテンプレートとして用いることにより、スペクトル指数の空間的ばらつきを考慮

$$\alpha_1 = \frac{g}{g_1} \frac{(\bar{\nu}_1^{\beta_D} \bar{\nu}_2^{\beta_D} \bar{\nu}_3^{\beta_S} \bar{\nu}_4^{\beta_S} + \bar{\nu}_1^{\beta_S} \bar{\nu}_2^{\beta_S} \bar{\nu}_3^{\beta_D} \bar{\nu}_4^{\beta_D}) \ln(\nu_2/\nu) \ln(\nu_4/\nu_3) + (\bar{\nu}_1^{\beta_D} \bar{\nu}_3^{\beta_D} \bar{\nu}_2^{\beta_S} \bar{\nu}_4^{\beta_S} + \bar{\nu}_1^{\beta_S} \bar{\nu}_3^{\beta_S} \bar{\nu}_2^{\beta_D} \bar{\nu}_4^{\beta_D}) \ln(\nu_3/\nu) \ln(\nu_2/\nu_4) + (\bar{\nu}_1^{\beta_D} \bar{\nu}_4^{\beta_D} \bar{\nu}_2^{\beta_S} \bar{\nu}_3^{\beta_S} + \bar{\nu}_1^{\beta_S} \bar{\nu}_4^{\beta_S} \bar{\nu}_2^{\beta_D} \bar{\nu}_3^{\beta_D}) \ln(\nu_4/\nu) \ln(\nu_3/\nu_2)}{g_1 (\bar{\nu}_1^{\beta_D} \bar{\nu}_2^{\beta_D} \bar{\nu}_3^{\beta_S} \bar{\nu}_4^{\beta_S} + \bar{\nu}_1^{\beta_S} \bar{\nu}_2^{\beta_S} \bar{\nu}_3^{\beta_D} \bar{\nu}_4^{\beta_D}) \ln(\nu_2/\nu_1) \ln(\nu_4/\nu_3) + (\bar{\nu}_1^{\beta_D} \bar{\nu}_3^{\beta_D} \bar{\nu}_2^{\beta_S} \bar{\nu}_4^{\beta_S} + \bar{\nu}_1^{\beta_S} \bar{\nu}_3^{\beta_S} \bar{\nu}_2^{\beta_D} \bar{\nu}_4^{\beta_D}) \ln(\nu_3/\nu_1) \ln(\nu_2/\nu_4) + (\bar{\nu}_1^{\beta_D} \bar{\nu}_4^{\beta_D} \bar{\nu}_2^{\beta_S} \bar{\nu}_3^{\beta_S} + \bar{\nu}_1^{\beta_S} \bar{\nu}_4^{\beta_S} \bar{\nu}_2^{\beta_D} \bar{\nu}_3^{\beta_D}) \ln(\nu_4/\nu_1) \ln(\nu_3/\nu_2)}$$

$$\alpha_2 = \frac{g}{g_2} \frac{(\bar{\nu}_1^{\beta_D} \bar{\nu}_2^{\beta_D} \bar{\nu}_3^{\beta_S} \bar{\nu}_4^{\beta_S} + \bar{\nu}_1^{\beta_S} \bar{\nu}_2^{\beta_S} \bar{\nu}_3^{\beta_D} \bar{\nu}_4^{\beta_D}) \ln(\nu/\nu_1) \ln(\nu_4/\nu_3) + (\bar{\nu}_1^{\beta_D} \bar{\nu}_3^{\beta_D} \bar{\nu}_2^{\beta_S} \bar{\nu}_4^{\beta_S} + \bar{\nu}_1^{\beta_S} \bar{\nu}_3^{\beta_S} \bar{\nu}_2^{\beta_D} \bar{\nu}_4^{\beta_D}) \ln(\nu_3/\nu_1) \ln(\nu/\nu_4) + (\bar{\nu}_1^{\beta_D} \bar{\nu}_4^{\beta_D} \bar{\nu}_2^{\beta_S} \bar{\nu}_3^{\beta_S} + \bar{\nu}_1^{\beta_S} \bar{\nu}_4^{\beta_S} \bar{\nu}_2^{\beta_D} \bar{\nu}_3^{\beta_D}) \ln(\nu_4/\nu_1) \ln(\nu_3/\nu)}{g_2 (\bar{\nu}_1^{\beta_D} \bar{\nu}_2^{\beta_D} \bar{\nu}_3^{\beta_S} \bar{\nu}_4^{\beta_S} + \bar{\nu}_1^{\beta_S} \bar{\nu}_2^{\beta_S} \bar{\nu}_3^{\beta_D} \bar{\nu}_4^{\beta_D}) \ln(\nu_2/\nu_1) \ln(\nu_4/\nu_3) + (\bar{\nu}_1^{\beta_D} \bar{\nu}_3^{\beta_D} \bar{\nu}_2^{\beta_S} \bar{\nu}_4^{\beta_S} + \bar{\nu}_1^{\beta_S} \bar{\nu}_3^{\beta_S} \bar{\nu}_2^{\beta_D} \bar{\nu}_4^{\beta_D}) \ln(\nu_3/\nu_1) \ln(\nu_2/\nu_4) + (\bar{\nu}_1^{\beta_D} \bar{\nu}_4^{\beta_D} \bar{\nu}_2^{\beta_S} \bar{\nu}_3^{\beta_S} + \bar{\nu}_1^{\beta_S} \bar{\nu}_4^{\beta_S} \bar{\nu}_2^{\beta_D} \bar{\nu}_3^{\beta_D}) \ln(\nu_4/\nu_1) \ln(\nu_3/\nu_2)}$$

$$\alpha_3 = \frac{g}{g_3} \frac{(\bar{\nu}_1^{\beta_D} \bar{\nu}_2^{\beta_D} \bar{\nu}_3^{\beta_S} \bar{\nu}_4^{\beta_S} + \bar{\nu}_1^{\beta_S} \bar{\nu}_2^{\beta_S} \bar{\nu}_3^{\beta_D} \bar{\nu}_4^{\beta_D}) \ln(\nu_2/\nu_1) \ln(\nu_4/\nu) + (\bar{\nu}_1^{\beta_D} \bar{\nu}_3^{\beta_D} \bar{\nu}_2^{\beta_S} \bar{\nu}_4^{\beta_S} + \bar{\nu}_1^{\beta_S} \bar{\nu}_3^{\beta_S} \bar{\nu}_2^{\beta_D} \bar{\nu}_4^{\beta_D}) \ln(\nu/\nu_1) \ln(\nu_2/\nu_4) + (\bar{\nu}_1^{\beta_D} \bar{\nu}_4^{\beta_D} \bar{\nu}_2^{\beta_S} \bar{\nu}_3^{\beta_S} + \bar{\nu}_1^{\beta_S} \bar{\nu}_4^{\beta_S} \bar{\nu}_2^{\beta_D} \bar{\nu}_3^{\beta_D}) \ln(\nu_4/\nu_1) \ln(\nu/\nu_2)}{g_3 (\bar{\nu}_1^{\beta_D} \bar{\nu}_2^{\beta_D} \bar{\nu}_3^{\beta_S} \bar{\nu}_4^{\beta_S} + \bar{\nu}_1^{\beta_S} \bar{\nu}_2^{\beta_S} \bar{\nu}_3^{\beta_D} \bar{\nu}_4^{\beta_D}) \ln(\nu_2/\nu_1) \ln(\nu_4/\nu_3) + (\bar{\nu}_1^{\beta_D} \bar{\nu}_3^{\beta_D} \bar{\nu}_2^{\beta_S} \bar{\nu}_4^{\beta_S} + \bar{\nu}_1^{\beta_S} \bar{\nu}_3^{\beta_S} \bar{\nu}_2^{\beta_D} \bar{\nu}_4^{\beta_D}) \ln(\nu_3/\nu_1) \ln(\nu_2/\nu_4) + (\bar{\nu}_1^{\beta_D} \bar{\nu}_4^{\beta_D} \bar{\nu}_2^{\beta_S} \bar{\nu}_3^{\beta_S} + \bar{\nu}_1^{\beta_S} \bar{\nu}_4^{\beta_S} \bar{\nu}_2^{\beta_D} \bar{\nu}_3^{\beta_D}) \ln(\nu_4/\nu_1) \ln(\nu_3/\nu_2)}$$

$$\alpha_4 = \frac{g}{g_4} \frac{(\bar{\nu}_1^{\beta_D} \bar{\nu}_2^{\beta_D} \bar{\nu}_3^{\beta_S} \bar{\nu}_4^{\beta_S} + \bar{\nu}_1^{\beta_S} \bar{\nu}_2^{\beta_S} \bar{\nu}_3^{\beta_D} \bar{\nu}_4^{\beta_D}) \ln(\nu_2/\nu_1) \ln(\nu/\nu_3) + (\bar{\nu}_1^{\beta_D} \bar{\nu}_3^{\beta_D} \bar{\nu}_2^{\beta_S} \bar{\nu}_4^{\beta_S} + \bar{\nu}_1^{\beta_S} \bar{\nu}_3^{\beta_S} \bar{\nu}_2^{\beta_D} \bar{\nu}_4^{\beta_D}) \ln(\nu_3/\nu_1) \ln(\nu_2/\nu) + (\bar{\nu}_1^{\beta_D} \bar{\nu}_4^{\beta_D} \bar{\nu}_2^{\beta_S} \bar{\nu}_3^{\beta_S} + \bar{\nu}_1^{\beta_S} \bar{\nu}_4^{\beta_S} \bar{\nu}_2^{\beta_D} \bar{\nu}_3^{\beta_D}) \ln(\nu/\nu_1) \ln(\nu_3/\nu_2)}{g_4 (\bar{\nu}_1^{\beta_D} \bar{\nu}_2^{\beta_D} \bar{\nu}_3^{\beta_S} \bar{\nu}_4^{\beta_S} + \bar{\nu}_1^{\beta_S} \bar{\nu}_2^{\beta_S} \bar{\nu}_3^{\beta_D} \bar{\nu}_4^{\beta_D}) \ln(\nu_2/\nu_1) \ln(\nu_4/\nu_3) + (\bar{\nu}_1^{\beta_D} \bar{\nu}_3^{\beta_D} \bar{\nu}_2^{\beta_S} \bar{\nu}_4^{\beta_S} + \bar{\nu}_1^{\beta_S} \bar{\nu}_3^{\beta_S} \bar{\nu}_2^{\beta_D} \bar{\nu}_4^{\beta_D}) \ln(\nu_3/\nu_1) \ln(\nu_2/\nu_4) + (\bar{\nu}_1^{\beta_D} \bar{\nu}_4^{\beta_D} \bar{\nu}_2^{\beta_S} \bar{\nu}_3^{\beta_S} + \bar{\nu}_1^{\beta_S} \bar{\nu}_4^{\beta_S} \bar{\nu}_2^{\beta_D} \bar{\nu}_3^{\beta_D}) \ln(\nu_4/\nu_1) \ln(\nu_3/\nu_2)}$$

前景放射除去後のマップ

デルタマップ

$$x'(v, \hat{n}, \bar{\beta}_D, \bar{\beta}_S) = \frac{\text{Map}(v, \hat{n}) - \sum_{i=1}^4 \alpha_i(\bar{\beta}_D, \bar{\beta}_S) \text{Map}(v_i, \hat{n})}{1 - \sum_{i=1}^4 \alpha_i(\bar{\beta}_D, \bar{\beta}_S)}$$

“デルタマップ”に含まれる前景放射成分は、周波数  $\nu$  のマップに含まれる前景放射成分と  $\delta\beta$  の一次までで等しい

# テンソル・スカラー比の推定

7/10

## テンソル・スカラー比 $r$

原始重力波に由来するBモード偏光の強度指標  
以下の尤度関数を最大化することで推定

### 尤度関数

$$\mathcal{L}(r, \bar{\beta}_D, \bar{\beta}_S) \propto \frac{\exp \left[ -\frac{1}{2} x' (\bar{\beta}_D, \bar{\beta}_S)^T \mathbf{C}^{-1}(r) x' (\bar{\beta}_D, \bar{\beta}_S) \right]}{\sqrt{|\mathbf{C}(r)|}}$$

$x'$  : 前景放射除去後の観測マップ

$\mathbf{C}$  : CMBマップの理論的な共分散行列

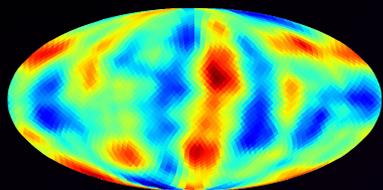
$$\mathbf{C}(r) = r \mathbf{C}^{\text{tensor}} + \mathbf{C}^{\text{scalar}} + \mathbf{N}_{\text{artificial}}$$

$\mathbf{N}$  : 人工的なノイズの共分散行列  
逆行列計算を可能にするために必要  
(観測マップにも足す)

# シミュレーション

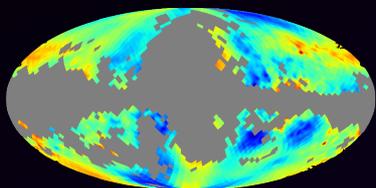
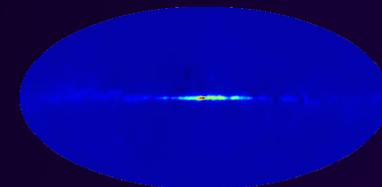
8/10

入力値  $r_{\text{input}} = 0.001$



CMBマップ

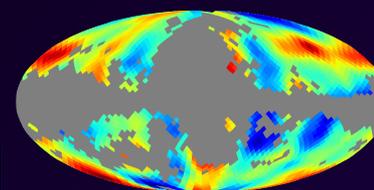
前景放射マップ



擬似的な観測マップ

全天のうち50%をマスク  
(今回は検出器由来の  
ノイズは考慮しない)

前景放射除去、 $r$  の推定 (最尤法)

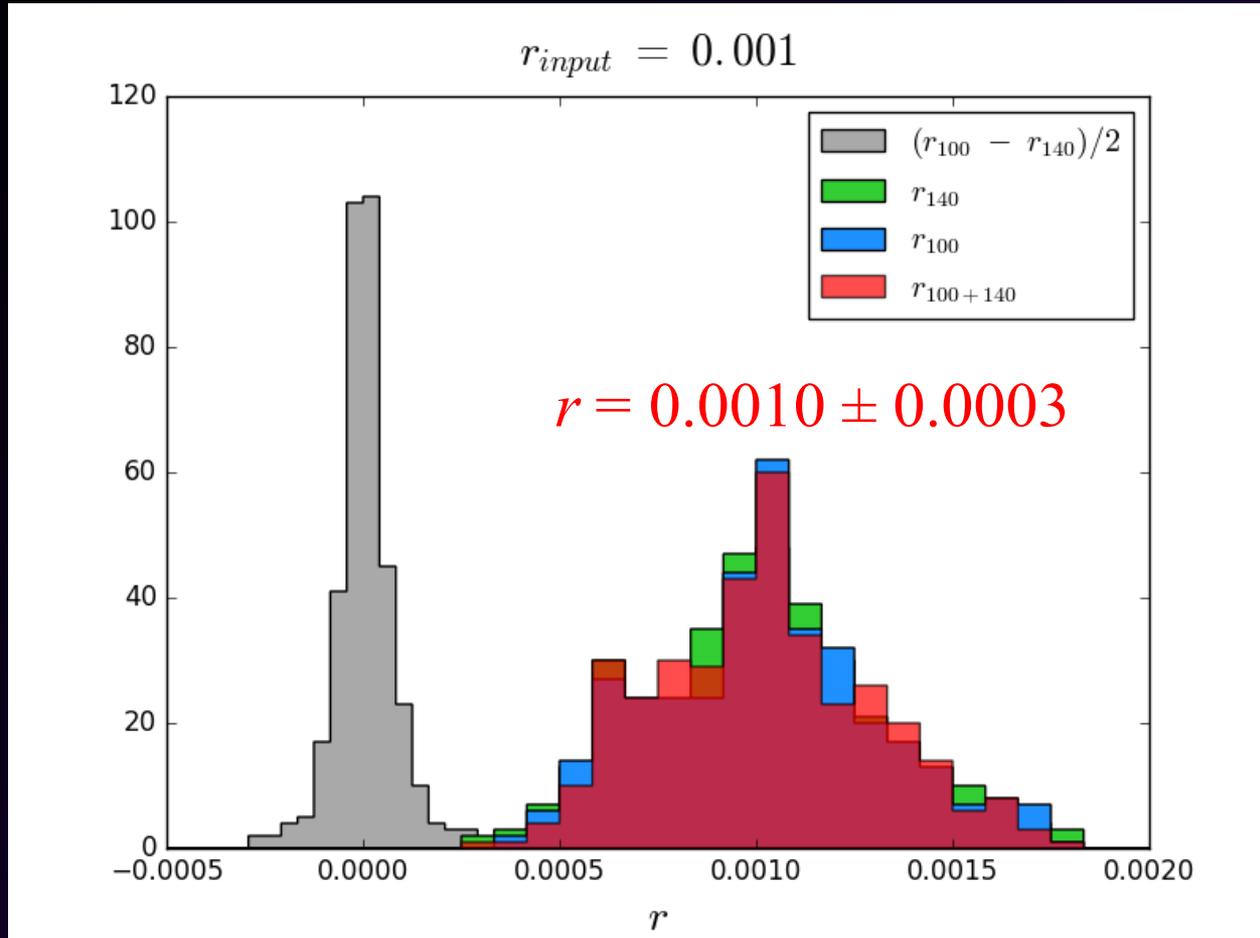


推定した  $r$  と入力した  $r_{\text{input}}$  を  
比較することで除去性能を評価

前景放射の残留成分は  $r$  の系統誤差 (バイアス) に寄与

# 結果

100GHz帯、140GHz帯の2バンドをCMB偏光観測のターゲットとしてテンソル・スカラー比  $r$  を推定し、それらの差および加重平均を計算



ノンバイアスでテンソル・スカラー比  $r$  の推定が可能！

# まとめ

- スペクトル指数の空間的ばらつきを考慮した前景放射除去法であるデルタマップ法を開発した
- 前景放射としてシンクロトロン放射＋ダスト放射を仮定したテストでテンソル・スカラー比  $r$  をノンバイアスで推定することに成功した

# 今後の展望

- 検出器ノイズを考慮してシミュレーションをおこない、テンソル・スカラー比を推定する際の統計誤差がどの程度になるか調べる
- 最新の観測結果に基づいたCMBおよび前景放射マップを使用し、デルタマップ法の有効性を確認する

本研究は、独立行政法人日本学術振興会の「研究拠点形成事業(A.先端拠点形成型)」の助成を得た。

Back up

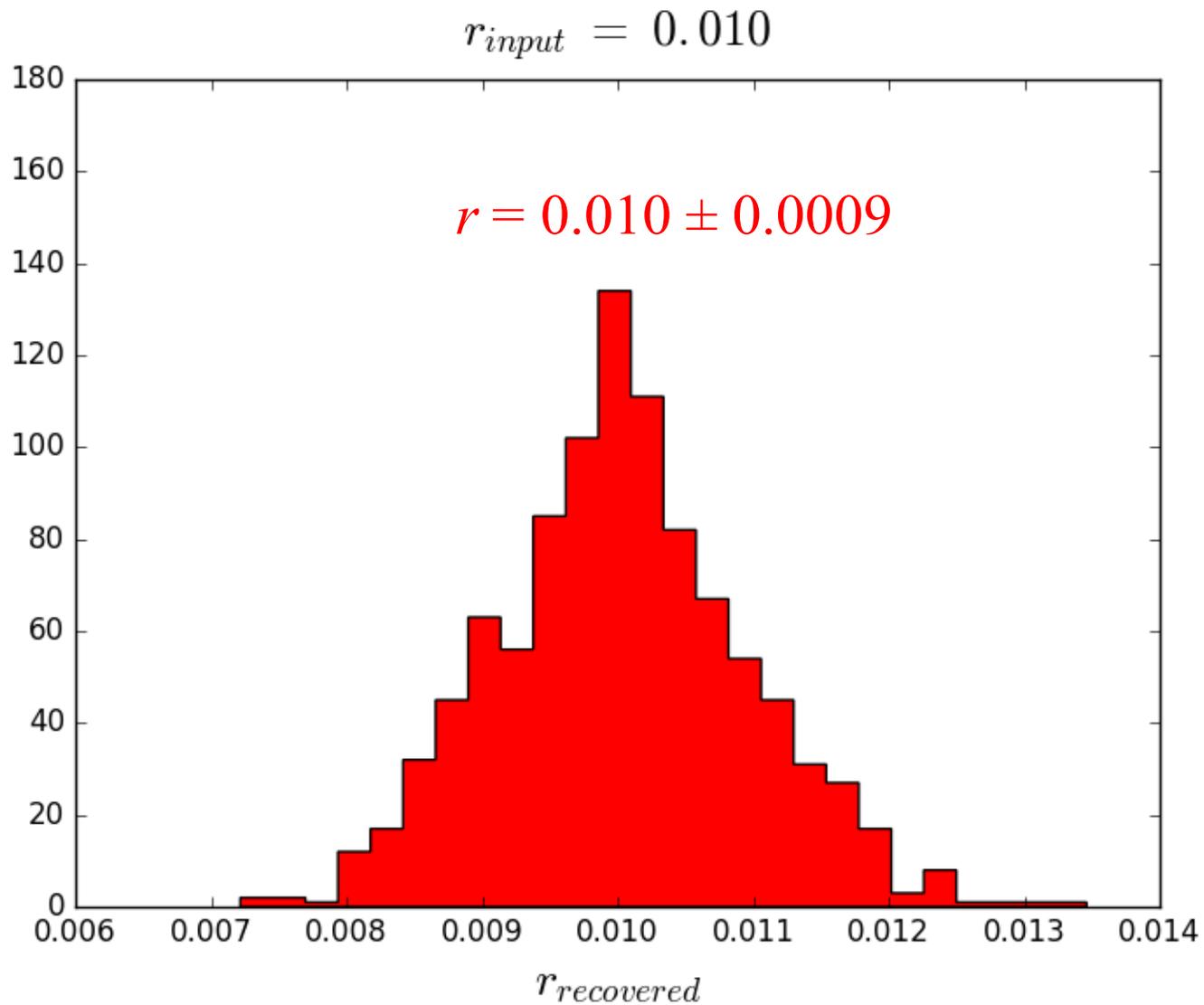
## テンソル・スカラー比の加重平均

$$r_{100+140} = \frac{\sum_{i,j} C^{-1}_{i,j} r_j}{\sum_{i,j} C^{-1}_{i,j}}$$

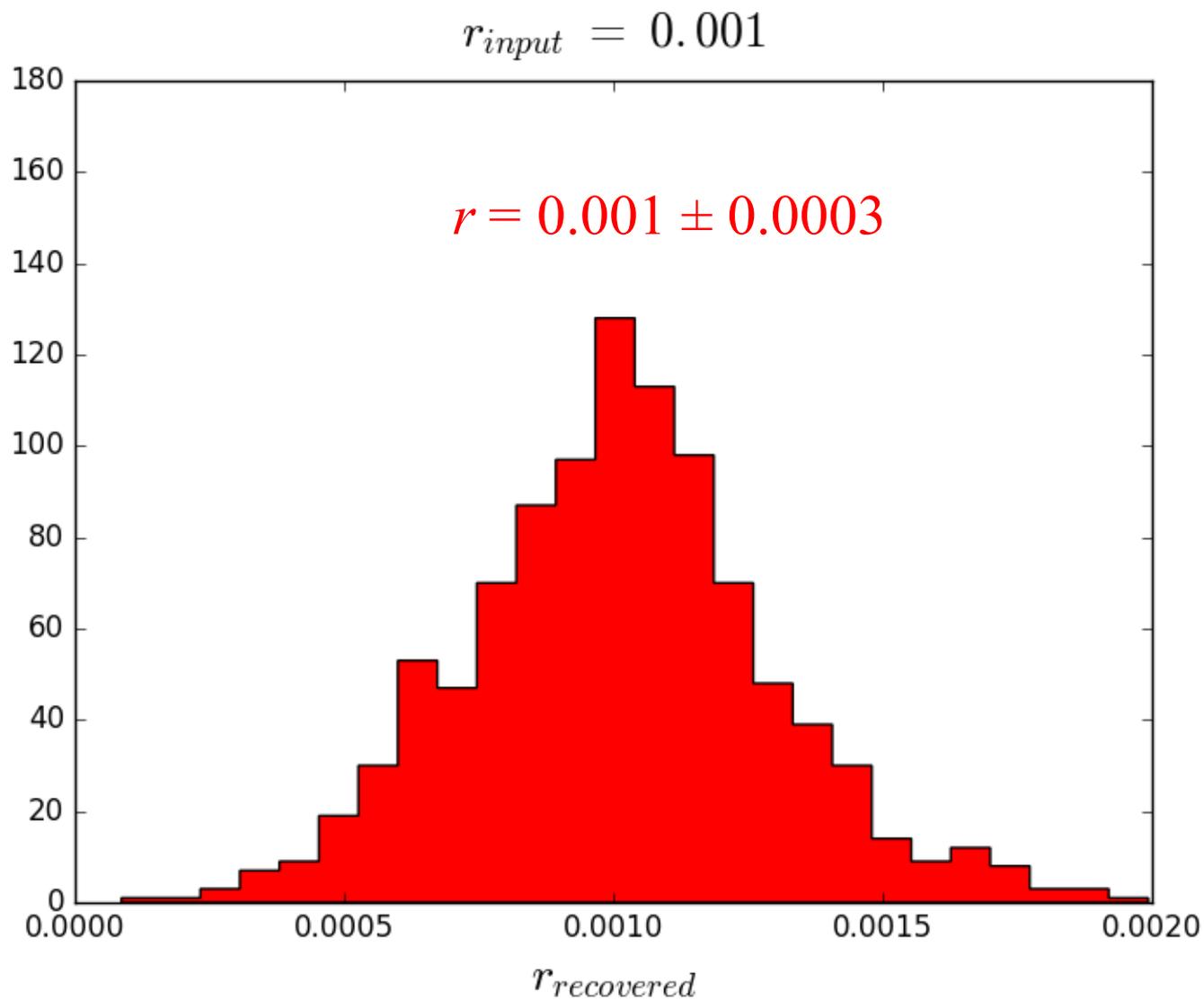
$i, j = 100\text{GHz}, 140\text{GHz}$

$C: r_{100}, r_{140}$  の共分散行列

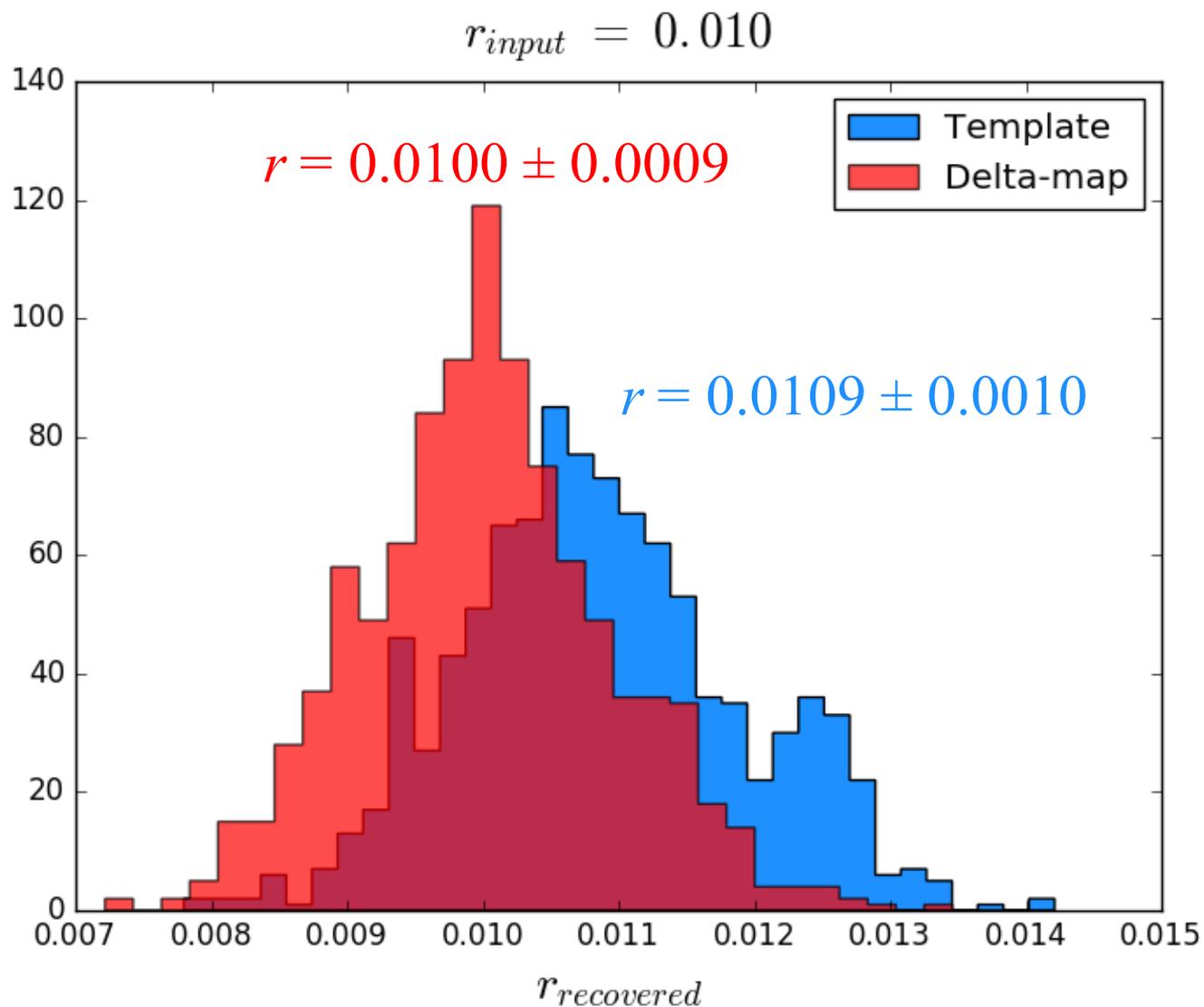
$r_{\text{input}} = 0.010$ の結果 (1000 realizations)



$r_{\text{input}} = 0.001$ の結果 (1000 realizations)



# KK11との比較 ( $r_{\text{input}} = 0.010$ )



# KK11との比較 ( $r_{input} = 0.001$ )

